

# Curso 2

Cuaderno  
para el asesor

## Las operaciones aritméticas básicas y sus implicaciones didácticas

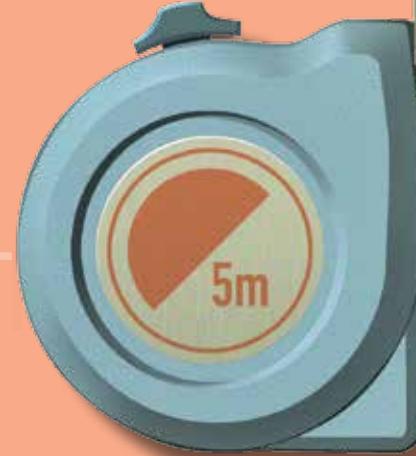
$$\begin{array}{r} 898 \\ + 1065 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4080 \\ - 2082 \\ \hline \end{array}$$



Matemáticas

$$\begin{array}{r} 8 \\ \sqrt[3]{1521} \\ \hline 11 \end{array}$$



Asesoría especializada





Mtro. Aurelio Nuño Mayer  
Secretario de Educación Pública

Lic. Mauricio López Velázquez  
Director General del INEA

---

Créditos de la presente edición

Coordinación general  
Celia del Socorro Solís Sánchez

Coordinación técnico-pedagógica  
María del Rocío Guzmán Miranda

Autoría  
María del Rocío Guzmán Miranda

Colaboración  
Lucina Solís Barrera

Coordinación gráfica y cuidado de la edición  
Greta Sánchez Muñoz  
Adriana Barraza Hernández

Apoyo al cuidado de la edición  
Hugo Fernández Alonso

Seguimiento editorial  
María del Carmen Cano Aguilar

Revisión editorial  
Gabriel Nieblas Sainz  
Alicia Naves Merlín  
Eliseo Brena Becerril

Diseño  
Ricardo Figueroa Cisneros

Diagramación  
Ricardo Pérez Rovira

Fotografía e ilustración  
Banco de imágenes del INEA

Asesoría especializada. Eje de Metemáticas. Cuaderno para el asesor. Curso 2. *Las operaciones aritméticas básicas y sus implicaciones didácticas*. D. R. 2017 ©Instituto Nacional para la Educación de los Adultos, INEA. Francisco Márquez 160, Col. Condesa, Ciudad de México, C. P. 06140.

Esta obra es propiedad intelectual de sus autores, y los derechos de publicación han sido legalmente transferidos al INEA. Prohibida su reproducción parcial o total por cualquier medio, sin autorización escrita de su legítimo titular de derechos.

Algunas veces no fue posible encontrar la propiedad de los derechos de algunos textos y/o imágenes aquí reproducidos. La intención nunca ha sido la de dañar el patrimonio de persona u organización alguna, simplemente el de ayudar a personas sin educación básica y sin fines de lucro. Si usted conoce la fuente de alguna referencia sin crédito, agradeceremos establecer contacto con nosotros para otorgar el crédito correspondiente.

ISBN *Modelo Educación para la Vida y el Trabajo*. Obra completa: 970-23-0274-9

ISBN Asesoría especializada. Eje de Metemáticas. Cuaderno para el asesor. Curso 2. *Las operaciones aritméticas básicas y sus implicaciones didácticas*: 978-607-710-389-9

Impreso en México

# Índice

<b>Introducción</b>	4
<b>Ficha 1</b> Resolución de problemas	6
<b>Ficha 2</b> Los problemas aditivos y la suma	17
<b>Ficha 3</b> La resta	29
<b>Ficha 4</b> Problemas multiplicativos	42
<b>Ficha 5</b> La división	57
<b>Ficha 6</b> Múltiplos y divisores	70
<b>Ficha 7</b> Competencias que promueve el Eje de Matemáticas	75
<b>Tablero juego de La oca</b>	83
<b>Billetes y monedas de juego</b>	85

# Introducción

Estimado asesor o asesora:

Este cuaderno ha sido elaborado para que reflexiones y comprendas aspectos fundamentales de la enseñanza de las matemáticas.

En el contexto de la educación para adultos, los conocimientos matemáticos informales que las personas jóvenes y adultas han construido a lo largo de su vida cotidiana y laboral son el punto de partida de una intervención educativa adecuada, la que te permitirá propiciar el desarrollo del razonamiento matemático de los participantes en el Círculo de estudio.

El aprendizaje de nociones numéricas, espaciales y temporales de las personas está presente siempre como consecuencia de las experiencias que viven al interactuar con su entorno, las cuales les permiten avanzar en la construcción de nociones matemáticas más complejas. El conocimiento de reglas, algoritmos, fórmulas y definiciones sólo es importante en la medida en que lo puedan usar de manera flexible para solucionar problemas.

El contenido de este cuaderno está basado en el enfoque actual de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, por lo que aborda el contenido matemático a enseñar y las dificultades a las que se enfrentan las personas cuando aprenden dicho contenido, y

te ofrece algunas alternativas y situaciones didácticas que hacen posible el aprendizaje.

En el desarrollo de las actividades, encontrarás problemas a resolver, información pedagógica e invitaciones al diálogo y la reflexión con tus compañeros asesores para abordar el tema del enfoque de la enseñanza de las matemáticas a partir de la solución de problemas, es decir, no se aprende matemáticas para después aplicar ese conocimiento a la resolución de problemas, sino que se aprende matemáticas al resolver problemas. También analizarás diferentes problemas que para su resolución requieren de la suma, resta, multiplicación y división, para finalizar con la revisión de las competencias matemáticas que requieren desarrollar las personas jóvenes y adultas que estudian los módulos del Eje de Matemáticas.

Esperamos que este material constituya una herramienta valiosa para tu formación y te sea útil para apoyar tu enseñanza de las matemáticas, en beneficio de las personas jóvenes y adultas que estudian en el INEA.

## Ficha 1 Resolución de problemas

1 Organízense en equipos y resuelvan el siguiente problema. En una hoja registra lo que haces para encontrar la solución.



Un artesano del Estado de México fabrica cajoneras de 4 y 6 cajones, tal como se muestra en la ilustración. Si le piden 17 cajoneras con un total de 88 cajones, ¿de qué manera puede satisfacer este pedido?

- En el mismo equipo contesten las siguientes preguntas y anoten sus conclusiones.

Describan algunos procedimientos que hayan utilizado para resolver el problema.

---

---

---

---

---



¿Hay diferencias o similitudes entre ellos? Escriban las principales.

---

---

---

¿Qué conocimientos matemáticos utilizaron para resolver el problema?

---

---

---

¿Qué “errores” cometieron? Describan los principales.

---

---

---

- En reunión general que cada equipo explique al grupo cómo obtuvo el resultado del problema y la respuesta de cada pregunta.

## 2 En equipo lean el siguiente texto.

### La enseñanza de las matemáticas

Tradicionalmente, la resolución de los problemas de matemáticas ha sido vista como una actividad en la cual deben **aplicarse** los conocimientos de las operaciones o las fórmulas previamente enseñadas, es decir, se separa artificialmente el momento dedicado a adquirir conocimientos de los algoritmos de las operaciones (su mecánica de resolución) del momento dedicado a resolver problemas.

Existe una posición o enfoque totalmente diferente en la que se pretende promover aprendizajes significativos, construidos por el sujeto como resultado de la actividad desplegada en la búsqueda de la resolución de un problema, la cual ha demostrado que los problemas no sólo son el lugar donde se aplican los conocimientos, sino que son **la fuente misma de los conocimientos**.

Para aprender matemáticas, las personas necesitan **hacer** matemáticas, es decir, precisan enfrentar muchas situaciones donde requieran resolver un problema verdadero, del mundo real, comprensible, atendible, significativo. A su alcance, pero no como algo que puede tomarse sólo estirando un brazo.

Desde este enfoque, **un problema es aquel que reta intelectualmente a la persona de tal manera que, a partir de sus habilidades y conocimientos previos, pueda construir sus propias estrategias de solución**. Estas estrategias pueden evolucionar si la persona recibe estímulos y apoyos adecuados que se constituyan en saberes formales y convencionales.

Cuando nos referimos a “problema” no nos estamos refiriendo solamente a un problema aritmético, sino a cualquier situación de aprendizaje que sea significativa para la persona, que permita la búsqueda inicial de su solución a partir de sus conocimientos previos y que, a la vez, estos conocimientos iniciales sean insuficientes para su solución y la lleven a construir nuevos conocimientos.

En consecuencia, los conocimientos matemáticos y los problemas no pueden separarse. No se puede aprender matemáticas para después aplicar ese conocimiento a la resolución de problemas, sino que se aprende matemáticas al resolver problemas.

Esta idea significa recuperar los significados de los conocimientos y contextualizarlos nuevamente, es decir, ponerlos en situaciones en las que cobren sentido para el que aprende, al permitirle resolver los problemas que se le plantean.

Cuando las personas resuelven problemas significativos desde su contexto, utilizan la búsqueda y construcción de estrategias para resolverlos a partir de lo que ya saben, y no de aplicar conocimientos matemáticos sofisticados. Los ensayos, los errores y las rectificaciones son parte esencial del proceso de construcción de conocimientos matemáticos, y si se realizan con libertad y confianza, se pueden volver experiencias agradables.

Las personas, antes de ingresar a estudiar matemáticas de manera formal, tienen muchas experiencias matemáticas: cuentan y operan con cantidades de dinero; ven, usan e interpretan los números en actividades cotidianas; hacen dibujos y croquis en la tierra o en el papel; conocen caminos que los conducen a distintos lugares dentro y fuera de la comunidad; y miden longitudes, áreas y capacidades. Con estas experiencias han adquirido conocimientos y construido suposiciones sobre algunos aspectos matemáticos que son la base sobre la que se desarrollan conocimientos más avanzados.

Con frecuencia, la manera en que se plantean los problemas en un sistema escolarizado no permite que los estudiantes se enfrenten realmente a ellos. Se les dice cómo resolverlos o se les proponen problemas modelo en los que deben aplicar el conocimiento que se ha enseñado previamente. Es decir, no se estimula la búsqueda personal ni la creación de procedimientos propios. Si antes de plantear el problema se les enseña la “fórmula” u “operación” que lo resuelve de manera sistemática, se les quita la oportunidad de hacer matemáticas, es decir, de construir por sí mismos herramientas para resolver problemas.

Cuando los estudiantes tienen libertad para buscar la manera de resolver un problema, por lo general, encuentran al menos una forma de aproximarse al resultado. Esto, a su vez, puede generar en un grupo más amplio una valiosa diversidad de procedimientos.

Que el estudiante conozca y compare las diferentes formas de solución de sus compañeros para un mismo problema, tiene un gran valor didáctico, ya que se le permite darse cuenta que para resolver un problema existen varios caminos, algunos más largos y complicados que otros, pero que lo importante es acercarse a la solución. También le permite percatarse de sus errores y favorecer que por sí mismo valore sus resultados.

Cuando los estudiantes logran comprender el procedimiento que otros siguieron para resolver algún problema, pueden probarlo en otras situaciones. Probar, equivocarse y volver a probar hasta lograr la solución, propicia que avancen en su aprendizaje, adquieran confianza en el manejo de sus conocimientos, reconozcan su validez y los utilicen para resolver las diversas situaciones a las que se enfrentan.

Tomado de: SEP. *La enseñanza de las matemáticas en la escuela primaria. Taller para maestros*, México, SEP-PRONAP, 1995.

- Con base en la lectura anterior, contesten las siguientes preguntas.

Tradicionalmente, ¿para qué se ha usado la resolución de problemas?

---

---

---

¿Qué significa cuando se dice que las personas “necesitan hacer matemáticas”?

---

---

---

¿Qué es un problema?

---

---

---

¿Cuáles son los conocimientos matemáticos previos que las personas tienen al iniciar el aprendizaje de las matemáticas?

---

---

---

¿Por qué se dice que si se le enseña la “fórmula” u “operación” para resolver un problema, se le quita la oportunidad de hacer matemáticas?

---

---

---

12

¿Por qué es importante que los estudiantes den a conocer sus diferentes estrategias para solucionar un mismo problema?

---

---

---

### 3 También en equipos, lean el siguiente texto y resuelvan lo que se pide.

#### ● ¿Qué implica la resolución de un problema?

“Un problema generalmente se define como una situación inicial con un objetivo por alcanzar, que le pide al sujeto realizar una serie de acciones o de operaciones para alcanzar ese objetivo. Sólo hay un problema en la relación sujeto-situación cuando la solución a la situación no está disponible de golpe, pero es posible construirla” (J. Brun).

El proceso de resolución de problemas puede describirse a partir de los elementos considerados a continuación.

1. Una situación en la cual se quiere hacer algo, pero se desconocen los pasos precisos para alcanzar lo que se desea.
2. Un conjunto de elementos que representan el conocimiento relacionado con el problema.
3. El solucionador de problemas o sujeto que analiza el problema, sus metas y datos, el cual se forma una representación del problema en su sistema de memoria.
4. El solucionador de problemas que opera sobre la representación para reducir la diferencia o discrepancia entre los datos y las metas. La solución de un problema está constituida por la secuencia de operaciones que pueden transformar los datos en metas.
5. Al operar sobre los datos y las metas, el solucionador de problemas utiliza o puede utilizar los siguientes tipos de información:
  - Información almacenada en su memoria.
  - Procedimientos heurísticos (investiga, deduce, busca, ensaya).

- Algoritmos (procedimientos mecánicos que ya conoce).
- Relaciones con otras representaciones.

6. El proceso de operar sobre una representación inicial con el fin de encontrar una solución al problema, se denomina búsqueda. Como parte del proceso de búsqueda de la solución, la representación puede transformarse en otras representaciones.
7. La búsqueda continua hasta que se encuentra una solución o el solucionador de problemas se da por vencido.

## Etapas en la resolución de un problema

- Comprender el problema.
- Diseñar una estrategia.
- Ejecutar la estrategia.
- Comprobar los resultados.

**Comprender o entender el problema.** Usted no puede resolver un problema si no entiende lo que se le pide encontrar. El problema debe ser leído y analizado cuidadosamente; es probable que necesite leerlo varias veces. Después de que así lo haya hecho, pregúntese: “¿Qué debo encontrar?”.

**Diseñar una estrategia o formular un plan.** Hay muchas formas de atacar un problema, por ello es necesario concebir o decidir cuál es el plan más apropiado que lo llevará a la solución.

**Ejecutar la estrategia o llevar a cabo el plan.** Una vez que sepa cómo enfocar el problema, realice su plan. Usted puede correr hacia un callejón sin salida o por caminos con obstáculos imprevistos, pero sea persistente.

**Comprobar los resultados.** Compruebe su respuesta para ver que ésta sea razonable. ¿Satisfacen las condiciones del problema? ¿Ha respondido usted a todas las preguntas que se hacen en el problema? ¿Puede resolver el problema de una manera diferente y alcanzar la misma respuesta?

George Pólya. *Estrategias para la resolución de problemas.*

- Resuelvan el problema que se plantea a continuación, siguiendo las etapas señaladas arriba. Registren lo que evidencia cada etapa.

Supongamos que se va a premiar a uno de dos grupos de una escuela. El criterio de elección se basará en el mejor desempeño de aprobación de los estudiantes que conforman cada grupo.

El grupo A tiene 18 alumnos y reprobaron 7 alumnos. Del grupo B reprobaron 11 alumnos de un total de 40 estudiantes.

¿A qué grupo debe otorgarse el premio? ¿Por qué?



Comprender el problema

---

---

Diseñar una estrategia

---

---

Ejecutar la estrategia

16

Comprobar los resultados

---

---

4 **En reunión general den a conocer el resultado del problema y discutan si los pasos que siguieron para resolverlo coinciden o no con las etapas planteadas.**

## Ficha 2 Los problemas aditivos y la suma

### 1 De manera individual, resuelve los siguientes problemas.

a) El señor Gómez gana mensualmente \$ 11360.50. Si este mes le dieron un bono de \$ 7358.75, ¿cuánto dinero recibió este mes?

b) Javier paga de renta \$ 1162.00 y Raquel \$ 888.00. ¿Cuánto pagan de renta entre los dos?

c) Toribio gana \$ 13 775.00 al mes, pero necesita \$ 9 050.00 más para ganar lo mismo que Humberto. ¿Cuánto gana Humberto?

d) Para iniciar un negocio, Carlos recibió un préstamo de \$ 20 309.00 y Teodoro recibió \$ 19 650.00 más que Carlos. ¿A cuánto ascendió el préstamo que recibió Teodoro?

- ¿Qué operación utilizaste para resolverlos? \_\_\_\_\_
- Desde tu punto de vista, ¿cuál o cuáles problemas son más difíciles? \_\_\_\_\_
- Explica por qué consideras que son más difíciles.

- En reunión grupal expongan los resultados de los problemas y las respuestas a las preguntas planteadas.

Se denominan **problemas verbales, aditivos, simples** aquellos que se resuelven a través de una suma (o resta), y a pesar de que todos se resuelvan por esa operación, pueden tener diferente dificultad. Veamos cuáles son los factores que condicionan la complejidad de estos problemas.

La adición o suma es una operación fundamental que permite entender las demás operaciones, como la resta, la multiplicación y la división, indispensables para resolver problemas de la vida cotidiana; de ahí la relevancia de su enseñanza en la escuela primaria.

Existen cuatro tipos de problemas verbales, aditivos, simples:

#### **De cambio**

Sebastián tenía diez pelotas y Ulises le dio cinco pelotas más. ¿Cuántas pelotas tiene ahora Sebastián? Si observamos, en este problema hay una cantidad inicial que se incrementa al añadir otra.

#### **De combinación**

Sebastián tiene diez pelotas y Ulises tiene cinco pelotas. ¿Cuántas pelotas tienen entre los dos? En este problema hay cantidades que no se alteran al resolverlo, sino simplemente se combinan.

#### **De comparación**

Sebastián tiene diez pelotas y Ulises tiene cinco pelotas más que Sebastián. ¿Cuántas pelotas tiene Ulises?

En este tipo de problemas se da la comparación entre las cantidades presentadas.

## De igualación

Sebastián tiene diez pelotas, pero necesita cinco pelotas más para tener las mismas que Ulises. ¿Cuántas pelotas tiene Ulises?

En este problema hay que añadir una cantidad para igualar otra cantidad.

A pesar de que todos los problemas anteriores se resuelven con la misma suma, algunos son más difíciles para algunas personas que para otras.

Los problemas de **cambio** y de **igualación** describen una relación dinámica, pues para resolverlos hay que hacer transformaciones de incremento o decremento en las cantidades. Los problemas de **comparación** y de **combinación** sólo plantean una relación estática en sus cantidades.

Por otra parte, los problemas cuya incógnita se localiza en el resultado,  $a + b = ?$  son más sencillos que aquéllos en los que la incógnita está en el segundo sumando,  $a + ? = c$ , o en el primer sumando,  $? + b = c$ .

Otros factores que complejizan los problemas son los siguientes:

- El contexto del problema. Un problema resulta más fácil de comprender si se redacta con los elementos cotidianos y concretos de las personas.
- El tamaño de los números empleados. Es más fácil resolver problemas con números pequeños que con cantidades grandes; con números naturales que con números decimales.
- La forma como se plantea el problema. Se debe cuidar la redacción de los problemas para que haya claridad en la relación de los datos.

- En equipos y de acuerdo con la lectura anterior, identifiquen qué tipo de problema aditivo o verbal es cada uno de los problemas que solucionaron en el punto 1 de esta ficha. Asimismo, indiquen dónde se localiza la incógnita y anoten si hay otros aspectos que los hagan más complejos unos que otros.

Problema	Tipo de problema
a)	
b)	
c)	
d)	

- En el mismo equipo, planteen cuatro problemas, uno de cada tipo de los problemas verbales, aditivos, simples, considerando contextos cotidianos de las personas jóvenes y adultas; en algunos usen números enteros, y en otros, números decimales; ubiquen las incógnitas en diferentes lugares. Redacten los problemas con claridad y, al final, sugieran para qué nivel, inicial, intermedio o avanzado, son adecuados.

<b>Tipo de problema</b>	<b>Problema verbal, aditivo, simple</b>
<b>De cambio</b>	
<b>De combinación</b>	
<b>De comparación</b>	
<b>De igualación</b>	

- En reunión grupal expongan su trabajo y comenten cuál es la importancia de conocer los tipos de problemas aditivos que hay y los aspectos que los hacen complejos.

## ② Organíicense por parejas y realicen lo siguiente.

- Uno de los integrantes escribe en un papel el algoritmo convencional para realizar una suma y se lo entrega al otro integrante quien, siguiendo las reglas del algoritmo, resuelve la operación siguiente.

$$\begin{array}{r} 898 \\ + 1065 \\ \hline \end{array}$$

- Si el algoritmo descrito no es claro, debe ser corregido hasta que quede suficientemente explícito.
- Busquen en la actividad 3, *Los almacenistas de la ferretería*, del módulo *Los números*, 3<sup>a</sup> ed., el desarrollo del algoritmo de la suma. Resúmanlo en el siguiente espacio.

- ¿En qué otros módulos del Eje de Matemáticas se aborda la suma? Anoten en el siguiente cuadro el nombre del módulo referido y la actividad.

Módulo	Actividad(es)

- Lean el siguiente texto y realicen lo que se pide a continuación.

### El algoritmo de la suma\*

Pensemos que la situación que provoca la utilización de la siguiente tabla es registrar el dinero ganado por una persona en tres días.

Alejandra gana en su primer día 65 pesos (6 monedas de diez pesos y 5 monedas de un peso); 175 pesos (1 billete de cien pesos, 7 monedas de diez pesos y 5 monedas de un peso) en el segundo día y, en el tercer día, 190 pesos (1 billete de cien pesos y 9 monedas de diez pesos). ¿Cuánto dinero ganó en total?

\* Un algoritmo es un método que se realiza, paso a paso, para solucionar la operación.



En la primera fila, Alejandra registra el dinero ganado en el primer día; en la segunda fila, lo del segundo día; y en la tercera fila, lo que ganó en el tercer día.

Al sumar las monedas de un peso resulta 10, como la regla del juego (o regla algorítmica) dice que al tener diez monedas de un peso hay que cambiarla por una moneda de diez pesos (que representa una decena), hace el cambio y coloca la decena con las otras decenas, y como no le sobró ninguna moneda de un peso, coloca un cero en la columna de las monedas de un peso (0 unidades).

Ahora suma 1, 6, 7 y 9 monedas de diez pesos, el resultado es 23. La regla algorítmica dice que por cada diez monedas de diez pesos hay que cambiar por un billete de cien pesos, cambia y obtiene 2 billetes de cien pesos, y los coloca en la columna de los billetes de cien pesos (centenas) y registra en el lugar de las decenas las 3 monedas de diez pesos que le quedaron. Suma los billetes de cien pesos y los registra en la columna de las centenas: 4.

De este modo, el resultado es 430 ( o 4 billetes de cien pesos, 3 monedas de diez pesos y 0 monedas de un peso; o 4 centenas, 3 decenas y 0 unidades).

\$100	\$10	\$1	
2	1		
	6	5	
1	7	5	
1	9	0	
4	3	0	Total:



- En su labor de asesores, ¿cuál sería la importancia de proponer el uso de billetes y monedas para entender el algoritmo de la suma?

---



---



---



---

- Comenten los resultados de las operaciones que se presentan a continuación y traten de explicar las causas por las cuales las personas las resolvieron de esa manera.

Operación	¿Qué “error” cometió la persona?	¿A qué crees que se debe ese “error”?
$  \begin{array}{r}  472 \\  + 355 \\  \hline  727  \end{array}  $		
$  \begin{array}{r}  438 \\  + 91 \\  \hline  4129  \end{array}  $		

$$\begin{array}{r}
 509 \\
 + 63 \\
 \hline
 382 \\
 \hline
 1521
 \end{array}$$

- En reunión general, expongan sus conclusiones principales y discutan de qué manera se podrían usar los billetes para ayudar a las personas a superar sus dificultades.

**3 Organizados en equipos analicen los procedimientos utilizados por las personas para resolver un problema de suma. Después, contesten las preguntas que se plantean.**

26

Laura tenía un billete de 200 pesos y compró un juguete de 100 pesos, un cuaderno de 25 pesos, una caja de colores de 35 pesos y una goma de 3 pesos. ¿Cuánto gastó Laura?

Manuel anota en su cuaderno y resuelve así:  
 $200 + 100 + 25 + 35 + 3 = 363$

Rosa dice:  
 “100 más 25, más 35 y 3 son... (hace cálculo mental) 360”.

¿Alguien resolvió correctamente el problema? ¿Quién? \_\_\_\_\_





Expliquen en qué se equivocó Manuel y en qué Rosa al resolver el problema.

---

---

---

¿Quién realizó una correcta relación de datos (cálculo relacional), pero no un correcto cálculo con los números (cálculo numérico)?

---

¿Quién realizó un cálculo correcto con los números (cálculo numérico), pero no una correcta relación de datos (cálculo relacional)?

---

¿Consideran que los estudiantes que saben resolver operaciones de suma resolverán sin ninguna dificultad los problemas aditivos?

---

---

---

- Lean el siguiente texto, el cual les proporcionará elementos nuevos para complementar sus respuestas.

El cálculo **es una de las opciones** que surgen luego del análisis de un problema. Se pueden distinguir diversas formas de cálculo: **cálculo numérico, cálculo relacional y cálculo instrumental**. El cálculo numérico suele identificarse con las técnicas operatorias, escritas, que se desarrollan mediante algoritmos, y durante mucho tiempo ha sido el centro de la enseñanza escolar.

El cálculo relacional es el camino en la búsqueda de respuestas ante un problema, y hace referencia a las operaciones de pensamiento necesarias para evidenciar las relaciones que hay entre los elementos de la situación-problema.

Teniendo en cuenta el cada vez mayor acceso a los medios tecnológicos, como computadoras, calculadoras, etcétera, es relevante la incorporación del cálculo instrumental a la propuesta didáctica.

1 En grupo discutan si los problemas de suma son más sencillos de resolver que los de resta. Anoten las conclusiones más importantes que hayan surgido en la discusión y las reflexiones sobre lo expuesto en el siguiente párrafo.

Una idea muy arraigada es que los problemas de suma son más fáciles que los problemas de resta. También se piensa que los problemas de multiplicación son más fáciles que los de división. Si consideramos que tales ideas son correctas, podemos entonces afirmar que:

- Las operaciones (en el sentido tradicional del término: adición, sustracción...) son las que diferencian los problemas.
- Dos problemas que implican la misma operación tienen el mismo nivel de dificultad.
- Si dos problemas implican dos operaciones diferentes, son de nivel de dificultad diferente.

2 De manera individual, resuelve los siguientes problemas.

- a) En la cooperativa escolar había 19 518 pesos antes del recreo, ahora hay 87 625 pesos. ¿Cuánto se vendió en el recreo?
- b) En la cooperativa escolar había 94 780 pesos y se dieron 35 945 pesos para el Día del Niño. ¿Cuánto dinero quedó en la cooperativa?

¿Alguno se te dificultó más que el otro? ¿Cuál?

¿Cuál crees que sea más difícil de resolver por parte de las personas jóvenes y adultas?

- Lee el siguiente texto sobre los resultados obtenidos con personas jóvenes y adultas al solicitarles la resolución de los dos problemas anteriores.

### Problemas fáciles y problemas difíciles

30

Desde el punto de vista del cálculo que implican, estas restas tienen una dificultad muy similar. A pesar de esto, la dificultad de los problemas resultó muy diferente: casi todas las personas jóvenes y adultas pudieron resolver el problema *b*).

En cambio, menos de la mitad pudieron resolver el problema *a*).

Después de resolver el problema *b*), muchas personas jóvenes y adultas dieron justificaciones parecidas a las siguientes:

*“Es muy fácil saber que este problema es de resta porque se trata de ver cuánto queda.”*

*“Es que tú ya sabes cuánto tiene, te lo están diciendo, a eso le quitas la cantidad que dice y ya ves lo que queda.”*

Esta idea de resta (quitar cierta cantidad a otra cantidad que se tiene, para calcular lo que queda) es muy natural, hasta sin ir a la escuela se construye.

Escuchar a los jóvenes y adultos nos permitió entender la dificultad para escoger la operación correcta.

Entrevistadora (dirigiéndose a Perla): *En este problema... sumaste 19 518 más 87 625. ¿Tú crees que tu resultado está bien o está mal?*

Perla: *Bien.*

Entrevistadora: *¿Y por qué crees que este problema es de suma?*

Perla: *Porque la pregunta dice cuánto se vendió en el recreo.*

Entrevistadora: *¿Y esta pregunta te dice que es de suma?*

Perla: *Sí, o sea... la segunda vez se tiene que poner la otra cantidad, o sea, cuánto vendieron... 107 000 es lo que vendió.*

Entrevistadora: *Oye, algunos restaron, ¿quién estará bien, ellos o tú?*

Perla (después de varios rodeos): *Yo estoy bien.*

Entrevistadora: *¿Por qué?*

Perla: *Porque es de suma.*

Entrevistadora: *¿Entonces por qué crees que los otros restarían?*

Perla: *Porque no se fijaron...*

Otros jóvenes y adultos muestran tal progreso al explicar su razonamiento y justificar sus respuestas, por ejemplo:

Alejandro: *En este problema lo que hago es una resta... para saber cuál es la diferencia.*

Entrevistadora: *Algunos lo que hicieron fue sumar, ¿quién está bien, ellos o tú?*

Alejandro: *Pues yo digo que yo... podría ser si te dicen: “Esto había y esto se vendió en el recreo, ¿cuánto hay en total?”, pero no si te dicen: “¿cuánto vendiste en el recreo?”.*

Entrevistadora: *Entonces, ¿cómo está bien el problema, con suma o con resta?*

Alejandro (enfático): *iPues con resta!*

Entrevistadora: *Y tú, ¿en qué les dirías que se fijen para no cometer ese error?*

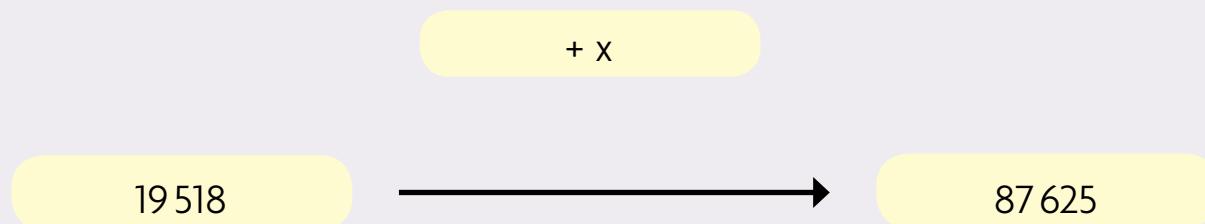
Alejandro: *Pues en la pregunta, ¿no? Porque por la operación que pusieron, la pregunta que estaría bien es “¿Cuánto tenemos en total en la cooperativa?”.*

Hagamos ahora un recuento de las respuestas.

Las personas jóvenes y adultas que llegaron a la “respuesta buena” en este tipo de problemas percibieron que:

- Se conoce la cantidad que se tiene al inicio y la que se tiene al final.
- El dato desconocido es el dinero que se ganó en el recreo; es decir, hay que buscar una diferencia entre lo que se tenía al principio y lo que se tiene al final.
- Esa cantidad, la diferencia, no puede ser mayor que el total que ya se tiene.

La idea que se hicieron del problema la podemos representar con el siguiente esquema:



Se imaginaron el problema como una “adición con hueco”.

Por supuesto, un segundo paso que tendrán que dar para llegar a la solución será convertir esta adición en sustracción.

En cambio, los que no llegaron a la “representación buena”, porque realizaron una suma, entendieron que tenían dos cantidades y que había que sumarlas para buscar un total, no se percataron de que ya tenían el total!

La forma como ellos interpretaron el problema puede representarse de la siguiente manera:

$$\begin{array}{r} + 87625 \\ \hline 19518 \end{array} \longrightarrow x$$

Ellos no vieron el problema como una “*adición con hueco*”, sino como una adición común y corriente, donde se tienen los sumandos y hay que buscar el total.

- Vemos, entonces, que no es la diferencia entre las operaciones (en el sentido de cálculo), sino el establecimiento de las relaciones entre los datos lo que permite explicar las diferencias de dificultad en los distintos problemas.
- Para que las personas puedan resolver problemas como el que aquí analizamos, necesitan construir otro significado para la resta: **la operación que permite encontrar la diferencia**.
- Podemos decir, entonces, que el significado de “**encontrar una diferencia**” es menos simple que el significado de “**quitar, disminuir**” el cual construyen las personas aun sin ir a la escuela.

Tomado de Alicia Ávila, “Problemas fáciles y problemas difíciles”,  
en <http://mecaep.edu.uy/pdf/matematicas/mat1/5-%20Avila%20Problemas%20fáciles%20y%20dificiles.pdf>

- En reunión grupal expongan las ideas más importantes del texto anterior.

### 3 Resuelve de manera individual las siguientes operaciones de resta.

$$\begin{array}{r} 4080 \\ - 2082 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6021 \\ - 1902 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 8004 \\ - 6103 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 5004 \\ - 2006 \\ \hline \end{array}$$

- ¿Cuáles fueron tus principales dificultades? Descríbelas.

34

- Enuncia las principales dificultades que tienen las personas jóvenes y adultas al resolver restas con ceros intermedios.

4 En equipos analicen dos algoritmos que son usados por las personas para resolver restas.

a) Algoritmo “de llevar, pagando abajo”

$$\begin{array}{r} \text{c} \ \text{d} \ \text{u} \\ & 15 \\ - & 3 \ 9 \ 5 \\ \hline & 8 \ 7 \ 8 \\ \hline & 3 \ 1 \ 7 \end{array}$$

minuendo

sustraendo

La propiedad en que este algoritmo basa su eficacia es la de **compensación**, de tal manera que al agregar una cantidad al minuendo debe agregarse la misma cantidad al sustraendo para que el resultado no se altere.

En el ejemplo inicial, las 10 unidades que se le agregan al 5 del minuendo se compensan con otras 10 unidades en el 7 del sustraendo.

b) Algoritmo “de llevar, pidiendo prestado arriba”

$$\begin{array}{r} \text{c} \ \text{d} \ \text{u} \\ & 2 \ 15 \ 17 \\ - & 3 \ 6 \ 7 \\ \hline & 8 \ 8 \\ \hline & 2 \ 7 \ 9 \end{array}$$

minuendo

sustraendo

Como no se puede quitar 8 a 7, en la columna de las unidades, se desagrupa una decena perteneciente a las 6 decenas del minuendo. De tal manera que ahora ya no hay 6 decenas sino 5 (por eso los alumnos tachan el 6 y anotan el 5 arriba) y se “la prestan” a las 7 unidades del minuendo. Ahora sí, a 17 unidades se le pueden quitar 8 y quedan 9.

Se continúa en la columna de las decenas; como no se puede quitar 8 a 5, entonces se desagrupa una centena de las 3 del minuendo, quedando 2 centenas (tachan las 3 que había y se pone el 2 arriba de las centenas) y se “le prestan” a las 5 decenas del minuendo.

Ahora sí, se le pueden quitar 8 decenas a 15 decenas y quedan 7 decenas. Se bajan las dos centenas que quedaron en el minuendo, y resultan 279.

- De acuerdo con lo leído, ¿cuál es el algoritmo que utilizas para resolver una resta? ¿Conocías ambos algoritmos?
- Analiza también el siguiente algoritmo.

David ganó esta quincena \$2 225 y gastó \$1 835 en comida y transporte. ¿Cuánto dinero le quedó?

$$\begin{array}{r} 2225 \\ - 1835 \\ \hline \end{array}$$

Resto las cifras de derecha a izquierda empezando por las unidades.

UM Unidades de millar	C Centenas	D Decenas	U Unidades
$  \begin{array}{r}  1 \\  \text{dinero ganado} \rightarrow \text{ } \cancel{2} \\  \text{dinero gastado} \rightarrow \text{ } - 1 \\  \hline  \text{le queda} \rightarrow \text{ } 0  \end{array}  $ <p>Cuarto</p> <p>Resto las unidades de millar: Tenía 2 unidades de millar, pero cambié una unidad de millar por 10 centenas; sólo queda una unidad de millar.</p> <p>A 1 le resto 1 y me queda 0, escribo “0” en la columna de las unidades de millar.</p>	$  \begin{array}{r}  11 \\  \text{ } \cancel{1} \\  - \cancel{2} \\  \hline  8  \end{array}  $ <p>Tercero</p> <p>Resto las centenas: Tenía 2 centenas, pero como cambié una centena por decenas, sólo me queda una centena, no puedo restar 8 de 1, cambio una unidad de millar por 10 centenas.</p> <p>10 centenas más 1 centena son 11 centenas, de 11 resto 8 y me quedan 3, escribo “3” en la columna de las centenas.</p>	$  \begin{array}{r}  12 \\  \text{ } \cancel{2} \\  - \cancel{3} \\  \hline  9  \end{array}  $ <p>Segundo</p> <p>Resto las decenas: Como no puedo restar 3 de 2, cambio una centena por 10 decenas. 10 decenas y 2 decenas que había son 12 decenas.</p> <p>Ahora a 12 le resto 3 y me quedan 9, escribo “9” en la columna de las decenas.</p>	$  \begin{array}{r}  5 \\  \text{ } \cancel{5} \\  \hline  0  \end{array}  $ <p>Primero</p> <p>Resto las unidades: 5 menos 5 son 0, escribo “0” en la columna de las unidades.</p>

- Busquen en los módulos del Eje de Matemáticas el desarrollo del algoritmo de la resta. Resúmanlo en el siguiente espacio.

---

---

---

¿En qué otros módulos se aborda la resta? Anótenlos.

Módulo	Actividad(es)

- ¿En tus acciones como asesor has observado dificultades de los adultos al resolver alguna actividad de los módulos relacionada con el tema de la resta? Describelas.

---

---

---



- Analicen cómo resolvieron las operaciones de resta las personas jóvenes y adultas, escriban lo que creen que hicieron y las razones por las que consideren que lo hicieron.

Producción	¿Qué “error” cometió la persona joven o adulta?	¿A qué crees que se debe ese “error”?
$  \begin{array}{r}  762 \\  - 485 \\  \hline  323  \end{array}  $		
$  \begin{array}{r}  576 \\  - 302 \\  \hline  204  \end{array}  $		
$  \begin{array}{r}  856 \\  - 443 \\  \hline  419  \end{array}  $		
$  \begin{array}{r}  13 \\  - 463 \\  \hline  215  \end{array}  $		
$  \begin{array}{r}  5 16 \\  - 606 \\  \hline  89  \end{array}  $		
$  \begin{array}{r}  587  \end{array}  $		

- En reunión general comenten las opiniones que escribieron en la tabla anterior y respondan lo siguiente.

¿Para qué le sirve al asesor conocer las estrategias que usan los jóvenes y adultos que estudian este tema en los módulos del Eje de Matemáticas?

- Revisen el ejercicio 3 de la actividad 23, La cooperativa, del módulo *Matemáticas para empezar*, 3<sup>a</sup> edición, y expliquen cómo se puede resolver una resta usando los billetes y monedas.

---

---

---

- Planteen un problema que se resuelva con la siguiente resta. Expliquen su resolución utilizando los billetes y monedas del módulo *Matemáticas para empezar*, 3<sup>a</sup> edición.

		<b>Problema</b>
$\begin{array}{r} 903 \\ - 208 \\ \hline \end{array}$		



## Procedimiento de solución

¿Qué actividades de aprendizaje podría llevar a cabo un asesor para que los jóvenes y adultos aprendieran a restar cuando el minuendo tiene ceros?

41

- Planteen un problema que se resuelva a través de una resta con ceros intermedios. Expliquen su resolución utilizando los billetes y monedas del módulo *Matemáticas para empezar*, 3<sup>a</sup> edición.

**1** Formen equipos y desarrollen las siguientes actividades.

- Analicen los siguientes problemas.

**Problema 1** Se forman equipos con 6 personas cada uno. ¿Cuántas personas se necesitan para formar 5 equipos?

**Problema 2** Para hacer el vestuario de un equipo de deportes, tenemos 6 camisetas de diferente color y 5 pantalones de distinto tipo. ¿Cuántos vestuarios diferentes se pueden armar?

**Problema 3** Un albañil va a colar un piso de cemento de una habitación que mide 6 metros de largo y 5 metros de ancho. ¿Cuántos metros cuadrados tiene la superficie de la habitación?

**Problema 4** Valeria tiene 6 pesos y Fernanda tiene 5 veces más dinero que Valeria. ¿Cuánto dinero tiene Fernanda?

- Escriban la cuenta que resuelve cada uno de los problemas planteados y respondan las preguntas que siguen.

Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4

¿Es la misma cuenta para todos?

---

¿El signo “×” tiene un significado diferente en cada problema? Revisen con cuidado cada uno de ellos y argumenten si esto ocurre o no y por qué.

---

---

- Analicen ahora los siguientes problemas de división.

**Problema 1** Con 30 personas se forman 5 equipos con la misma cantidad de integrantes. ¿Con cuántas personas se forma un equipo?

**Problema 2** El señor Miguel vende 30 naranjas peladas, las vende en bolsas. Él pone 5 naranjas en cada bolsa. ¿Cuántas bolsas necesita?

**Problema 3** Para el vestuario del equipo de la escuela tenemos camisetas y pantalones de diferentes tipos. Si podemos hacer 30 combinaciones de vestuario y hay 5 pantalones diferentes, ¿cuántas camisetas hay?

**Problema 4** Una habitación tiene 30 metros cuadrados de superficie. Si mide 5 metros de ancho, ¿cuántos metros mide de largo?

- Escriban la cuenta que resuelve cada una de los problemas de división.

Problema 1	Problema 2	Problema 3	Problema 4

- Respondan las siguientes cuestiones.

¿Es la misma cuenta para todos?

¿El signo “÷” tiene un significado diferente en cada problema? Revisen con cuidado cada uno de ellos y argumenten si esto ocurre o no y por qué.

---

---

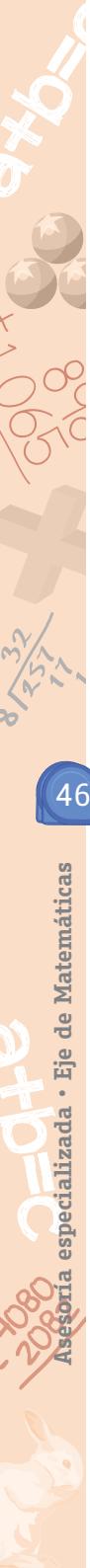
---

- Realicen la lectura del siguiente texto, deténganse a comentar donde tengan dudas o lo que les parezca más interesante.

## ● La enseñanza de la multiplicación

¿Cuáles son los problemas de multiplicación con los que se inicia la enseñanza de este tema? ¿Cuáles son los aspectos vinculados con el funcionamiento de la multiplicación que los estudiantes pueden aprender: cuentas, propiedades, cálculos mentales, etcétera?

Los aprendizajes que involucran a la multiplicación son diversos. Abarcan el conjunto de problemas que se resuelven por medio de multiplicaciones: problemas de proporcionalidad (“Calcular cuántas galletitas hay en 5 paquetes si en cada paquete hay 4 galletitas.”); problemas de combinatoria (“¿Cuántos equipos de ropa diferentes pueden hacerse combinando 4 pantalones y 3 camisas?”); y las propiedades, el algoritmo, cálculos mentales, multiplicación por la unidad seguida de ceros, etcétera.



La multiplicación es un contenido que requiere un aprendizaje a largo plazo. Las personas podrán ir ampliando sus conocimientos sobre esta operación a partir de las situaciones que enfrenten y de una organización de la enseñanza que favorezca la reflexión sobre éstas.

Se trata de que aprovechen los conocimientos que ya han construido y fortalezcan esta operación, tanto en lo referente a los problemas que pueden resolver como a la estrategia de cálculo. La construcción del sentido de la multiplicación no se logra cuando se aborda la enseñanza del algoritmo; muchas personas “saben hacer cuentas”, pero no reconocen cuál es el conjunto de problemas que se resuelve con dicha operación.

Habitualmente, los problemas de multiplicación remiten a un mismo tipo de problemas: los de proporcionalidad. Por ejemplo:

*Tengo 5 bolsas de caramelos. Hay 5 caramelos en cada bolsa. ¿Cuántos caramelos hay en total?*

Este problema involucra una relación de proporcionalidad entre bolsas y caramelos. Es posible representar dicha relación por medio de una tabla para analizar sus propiedades:

Bolsas	Caramelos
1	5
2	10

La mayoría de los problemas que se resuelven en la vida cotidiana pertenecen a esta categoría. Es necesario ampliar el análisis del campo de los problemas multiplicativos, el cual se define como

el conjunto de situaciones que se resuelven por medio de multiplicaciones o divisiones. Por ejemplo, aquellas situaciones que involucran organizaciones rectangulares utilizando baldosas o cuadritos, como la siguiente:



*¿Cuántas baldosas se necesitan para cubrir todo el piso de este baño?*

Un tipo de problemas multiplicativos que los estudiantes pueden empezar a resolver son aquéllos en los que hay que combinar elementos de diferentes colecciones. Por ejemplo:

*¿Cuántos juegos de ropa diferentes pueden hacerse combinando 4 faldas y 3 blusas?*

Los educandos no utilizarán las mismas estrategias para uno y otro tipo de situaciones. En las situaciones que involucran series proporcionales o en los problemas de cuadriculado, podrán finalmente escribir el producto y calcularlo; en cambio, para las situaciones de combinación de elementos de dos colecciones, necesitarán apelar al conteo o la suma, y la multiplicación podrá ser reconocida posteriormente a la resolución.

No es necesario tampoco conocer la utilización del signo “ $\times$ ” antes de la resolución de problemas. Una prematura inclusión de la representación simbólica hace que los estudiantes utilicen el signo desprovisto de significado. Se ha subrayado que los estudiantes pueden resolver los pro-

blesas utilizando varias estrategias. No es en el primer momento que precisan la utilización de una expresión nueva, de una representación simbólica convencional.

Aprender sobre la división significará ir progresivamente aproximándose a sus propiedades. La división puede significar una partición en partes iguales:

*Laura tiene 25 caramelos y quiere repartirlos en partes iguales entre sus 3 amigos. ¿Cuántos le dará a cada uno?*

Sin embargo, es interesante proponer a los estudiantes que resuelvan diversos problemas en los que no sea siempre un requisito que las partes sean iguales. Por ejemplo:

*Laura tiene 25 caramelos y quiere darle 3 caramelos a cada uno de sus amigos. ¿A cuántos amigos puede darles?*

Estos dos problemas son matemáticamente equivalentes, se resuelven con la operación  $25 \div 3$ . En ambos casos, el resultado será ocho y sobrará uno. Los estudiantes que reconocen la división la utilizarán en ambos problemas. Pero esto no siempre sucede. Desde el punto de vista de algunos estudiantes, no son iguales. ¿En qué consisten las diferencias?

En el primero se conoce la cantidad de partes (tres amigos) y se pide averiguar el valor de cada parte (cuántos caramelos a cada uno). Los estudiantes podrán utilizar procedimientos de repartir de uno en uno.

En el segundo, en cambio, se conoce el valor de cada parte (cuántos caramelos a cada uno) y es necesario averiguar en cuántas partes (cuántos amigos) se puede dividir la colección de 25 caramelo-

los. Para resolverlo no es posible repartir de uno en uno, porque no se sabe “entre cuántos amigos repartir”. Será necesario partir la colección restándole 3 a 25 tantas veces como sea posible.

Por lo tanto, no es suficiente con conocer el algoritmo para saber cuándo utilizarlo. El objetivo es favorecer la construcción de diferentes significados posibles de la división. Para ello es necesario que los estudiantes resuelvan y conozcan diferentes tipos de problemas, ya que esta operación no sirve exclusivamente para resolver los de un solo tipo. Las personas reconocen más fácilmente la división en unos que en otros problemas y será necesario precisamente abordar en la enseñanza aquellas situaciones donde experimenten más dificultad.

Tomado de: Claudia Broitman. “La enseñanza de la multiplicación en los primeros años”,  
en *Las operaciones en el primer ciclo*, Buenos Aires, Argentina, Novedades Educativas, 1999.

- Sinteticen las ideas principales del texto y escribanlas en una hoja de rotafolio para exponerlas ante el grupo. Consideren, además, las siguientes interrogantes para su presentación:

¿Cuáles son algunos de los significados de la multiplicación y de la división?

---

---

---

---

¿Cuáles son más sencillos y cuáles más complejos para los estudiantes?

---

---

¿Cuál es la función del algoritmo de la multiplicación y de la división en este proceso de construcción de significado de las operaciones por parte de los estudiantes?

---

---

**2** Analicen en equipos los siguientes algoritmos para resolver la multiplicación y enseguida desarrollem las cuestiones que se proponen.

a)

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 24 \\ \hline 140 \\ 70 \\ \hline 840 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{r} \text{CDU} \\ 35 \\ \times 24 \\ \hline 20 \\ 120 \\ 100 \\ 600 \\ \hline 840 \end{array}$$



c)  $35 \times 24$  es igual que

$$\begin{array}{r} 30 + 5 \\ \times 20 + 4 \\ \hline \end{array}$$

	30	5
20	600	100
	120	20
4	720	120
		= 840

- Describan los algoritmos que se utilizaron para resolver las operaciones de los distintos incisos.

a)

b)

c)

¿Por qué, si se utilizan tres algoritmos diferentes, se obtiene el mismo resultado?

---

---

---

En el ejemplo *a*), al multiplicar el 2 del multiplicador por el 3 del multiplicando, nos da 60. ¿Qué orden representa esa última cantidad?

---

---

52

¿Por qué se escribe 70?

---

---

---

¿Por qué, en el ejemplo *a*), se recorren (“se deja un hueco”) los productos parciales un lugar a la izquierda?

---

---

---



- Analicen el algoritmo en el que se utilizan rectángulos y el algoritmo convencional, e identifiquen las relaciones entre los dos. Reflexionen sobre sus ventajas y desventajas en el cuadro siguiente.

	30	5	
20	600	100	
	120	20	
4	720	120	= 840

$$\begin{array}{r}
 35 \\
 \times 24 \\
 \hline
 140 \\
 70 \\
 \hline
 840
 \end{array}$$

Algoritmo con rectángulos		Algoritmo convencional	
Ventajas	Desventajas	Ventajas	Desventajas

¿Creen que para las personas adultas es suficiente el conocimiento de las tablas de multiplicar para comprender el algoritmo de la multiplicación y resolver problemas? ¿Sí? ¿No? ¿Por qué?

---



---



---

- En reunión general comenten sus dudas y opiniones sobre los aspectos abordados. Utilicen lo que escribieron para fortalecer sus reflexiones.

**3 Organizados en equipos analicen las operaciones resueltas por algunas personas adultas, y describan los errores y las probables causas de ellas.**

Producción	¿Qué hizo el adulto?	Probables causas
$  \begin{array}{r}  83 \\  \times 6 \\  \hline  18 \\  48 \\  \hline  498  \end{array}  $		
$  \begin{array}{r}  54 \\  \times 16 \\  \hline  304 \\  54 \\  \hline  844  \end{array}  $		
$  \begin{array}{r}  38 \\  \times 14 \\  \hline  152 \\  38 \\  \hline  190  \end{array}  $		

$$\begin{array}{r}
 25 \\
 \times 12 \\
 \hline
 50 \\
 25 \\
 \hline
 200
 \end{array}$$

- En reunión general comparan sus respuestas con las de sus compañeros.

**4 De la misma manera y atendiendo a las preguntas subsiguientes, analicen el tratamiento didáctico para la multiplicación y la división, en los siguientes módulos del Eje de Matemáticas.**

Módulo	Actividad Tema	Aspectos más importantes Tipo de problemas, procedimientos para su resolución, algoritmo convencional, etcétera.
<i>Los números</i>		
<i>Cuentas útiles</i>		

¿En cuál módulo se concentra el estudio de la multiplicación?

---

---

¿En cuál módulo se concentra el estudio de la división?

---

---

¿En qué parte de las actividades se formalizan los contenidos?

---

---

¿Qué conceptos, relacionados con la multiplicación, se formalizan en las actividades revisadas?

---

---

¿Cuáles son las dificultades que presentan los jóvenes y adultos que estudian estos temas en los módulos del Eje de Matemáticas?

---

---

## Ficha 5 La división

1 De manera individual, resuelve el siguiente problema. Puedes usar calculadora o lápiz y papel, la única restricción es que no puedes utilizar la operación de división.

En una fábrica de ropa, solamente quedan 257 botones. Si cada camisa requiere 8 botones, ¿para cuántas camisas alcanzarán los botones?

- Comenta tu procedimiento con tus compañeros.

2 En equipo analicen y comenten la estrategia que utiliza una asesora para enseñar la división.

La asesora Rosita atiende a un grupo de adultos. Ella dice que para enseñar la división hace lo siguiente:

“Primero escribo una división, por ejemplo,

$$8 \overline{)257}$$

Y les explico más o menos así. El 8 vale más que el 2, es como si tuviéramos 2 manzanas para 8 niños, no nos alcanza para darle una a cada uno de ellos. Así que tomamos hasta el 5, porque ahora tenemos 25 manzanas. Las repartimos entre 8 niños y a cada uno de ellos le tocan 3 manzanas, y nos sobra una. Luego bajamos el 7, se forma el 17. Repartimos 17 manzanas entre 8 niños y les toca a 2 manzanas, y nos sobra una manzana sin repartir.”

$$\begin{array}{r} 32 \\ 8 \overline{)257} \\ 17 \\ \hline 1 \end{array}$$

- Comenten la estrategia que utiliza Rosita, con base en las siguientes preguntas, y anoten sus respuestas.

¿Qué opinan respecto a la explicación sobre la división que la asesora Rosita da a sus estudiantes?

---

---

---

¿Es verdad que el 2 vale menos que el 8, según indica la asesora? ¿Sí? ¿No? ¿Por qué?

58

---

---

---

¿Es cierto que el 25 vale 25 manzanas? ¿Sí? ¿No? ¿Por qué?

---

---

---



¿Cuánto vale el 2 de 257? ¿Entonces es mayor o menor que el divisor 8?

---

---

---

¿Cuánto vale el 25 de 257?

---

---

---

Si el 2 de 257 vale 200, ¿por qué entonces decimos que no se puede y tenemos que tomar dos cifras, es decir, hasta el 25?

---

---

---

¿Qué información tiene la asesora para dar su clase? ¿De qué información carece?

---

---

---

### 3 Organizados en equipo lean el siguiente texto.

#### El algoritmo de la división

60

Pensemos en el siguiente problema:

*Se van a repartir \$487 entre 5 hijos. ¿Cuánto dinero le toca a cada hijo?*

El 4 de \$487 vale 4 billetes de 100 pesos. Decimos que no se puede (repartir) porque no se alcanza a dar a cada hijo un billete de 100 pesos. Lo que hay que hacer es cambiar los cuatro billetes de cien pesos por 40 monedas de 10 pesos, más otras 8 monedas de 10 pesos que ya se tenían, ahora son 48 monedas de 10 pesos. La cantidad original, \$487, está ahora compuesta por 48 monedas de 10 pesos y 7 monedas de un peso. Si se reparten las 48 monedas de 10 pesos entre 5 hijos, le toca a cada quién 9 monedas de 10 pesos, y quedan tres monedas de 10 pesos. Se cambian por monedas de un peso, y con las 7 monedas de un peso que ya se tenían, ahora se tienen 37 monedas de un peso. Se hace el reparto entre 5 hijos y le toca a cada quién 7 pesos, y sobran dos pesos.

Para que una persona pueda entender claramente cómo funciona la división, se requiere que comprenda el valor de la posición de las cifras (su valor según el lugar que ocupa en las unidades, decenas, centenas, etcétera.) y que, además, comprenda que en las centenas también están incluidas las decenas (cuando cambiamos los billetes de 100 pesos por monedas de 10 pesos) y en las decenas están incluidas las unidades (cuando cambiamos la moneda de 10 pesos por pesos).

- Comparen en equipo la explicación del texto con la empleada por la asesora Rosita y, con base en ello, contesten las siguientes preguntas.

¿Cuáles son las diferencias entre ambas explicaciones?

---

---

---

¿Qué recursos didácticos se emplean en ambas actividades?

---

---

---

¿Cómo podrías utilizar los billetes y monedas para apoyar esta última estrategia de enseñanza?

---

---

---

- 4 Resuelvan en equipo el siguiente problema, utilizando los billetes y monedas que se anexan al final de este cuaderno. En la columna de la izquierda describan lo que vayan haciendo, y en la de la derecha, registren los números en la operación.

62

**Se obtuvo un premio de \$7 275, que se repartirá entre 5 personas. ¿Cuánto dinero le tocará a cada persona?**

Se dividen \$7 275 entre 5 personas.

/

Primero, se reparten los billetes de \_\_\_\_\_.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 5 \sqrt{7275} \\ \hline 2 \end{array}$$

Le toca \_\_\_\_\_ billete a cada uno y sobran \_\_\_\_\_ billetes de \_\_\_\_\_.

Después, se cambian los billetes de \_\_\_\_\_ por billetes de \_\_\_\_\_.

Se tienen ahora \_\_\_\_\_ billetes de \_\_\_\_\_.

*(Este último dato se observa cuando se “baja” el 2 de las centenas y se coloca al lado del 2, que representa los dos billetes de a \$1000 que sobraron.)*

$$\begin{array}{r} 1 \\ 5 \overline{)7275} \\ 22 \end{array}$$

Ahora hay que repartir los \_\_\_\_\_ billetes de \_\_\_\_\_ entre las 5 personas. Le tocan \_\_\_\_\_ billetes a cada uno y sobran \_\_\_\_\_ billetes de \_\_\_\_\_.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 5 \overline{)7275} \\ 22 \end{array}$$

## 5 De manera individual, lee el párrafo referido a los términos de la división.

Las partes de la división son cuatro:

**Dividendo.** Es el número que se desea dividir.

**Divisor.** Es en cuántas partes se quiere dividir el dividendo.

**Cociente.** Es cuántas veces se ha dividido, o cuántas veces cabe el divisor en el dividendo.

**Resto o residuo.** Es lo que sobra de la división.

En general tenemos la experiencia de resolver operaciones de división en las que se escriben el dividendo y el divisor para calcular el cociente y el residuo.

- De forma individual, resuelve la siguiente división donde se da el cociente y el residuo. Encuentra el dividendo y el divisor. No olvides registrar tus procedimientos.

$$\begin{array}{r} 74 \\ \hline 12 \end{array}$$

- Comparen en equipo sus resultados y compartan los procedimientos que utilizaron para encontrar lo que se les pedía.
- En reunión general comenten las siguientes preguntas y anoten lo que sea necesario.

¿Se produjo un único resultado? ¿Sí? ¿No? ¿Cuántas respuestas encontraron?

---

---

---

---

---

¿Cuántas respuestas correctas posibles creen que existen? ¿Por qué?

---

---

---

- En reunión general lean el siguiente texto.

Existe un número infinito de soluciones correctas para dar valores al dividendo y al divisor, sólo hay que encontrar la relación: cociente  $\times$  divisor + resto = dividendo. El divisor no tiene ningún problema en encontrarse puesto que el residuo es 12, entonces el divisor es cualquier cantidad mayor que 12, es decir, de 13 en adelante.

## 6 En equipo resuelvan los siguientes problemas.

**Problema 1** Una costurera usa tres metros de tela para hacer un vestido. ¿Cuántos vestidos puede hacer con 13 metros de tela?

**Problema 2** Esther tiene 13 metros de listón. Necesita hacer tres moños usando todo el listón, ¿cuánto listón usará en cada moño?

**Problema 3** Unos trabajadores de la compañía de teléfonos tienen que transportar 13 postes. La carga máxima que puede llevar el camión es de tres postes por viaje. ¿Cuántos viajes como mínimo tienen que hacerse para llevar todos los postes?

- Registren las operaciones y resuélvanlas.

Problema 1	Problema 2	Problema 3
Resultado _____	Resultado _____	Resultado _____

Si se hace la misma operación, ¿por qué se tienen tres resultados diferentes?

---

---

---

---



En el caso particular del problema 3, ¿en qué parte de la división se encuentra el resultado?

---

---

---

- En reunión general lean el siguiente fragmento.

Es el contexto del problema el que determina los tres resultados diferentes. Para el problema 1, el residuo es un metro, y no se puede hacer otro vestido más, el problema ya ha sido resuelto. Para el problema 2, tiene sentido hacer una división hasta números decimales, pues la idea es usar todo el listón. En el problema 3, el residuo (un poste) es tan importante que cambia el resultado en el cociente (4). Es decir, como no se puede dejar un poste, se requiere hacer cinco viajes.

- En reunión general comenten las siguientes cuestiones.

¿Cómo aprendieron a dividir en su escuela?

---

---

---

¿Consideran que dominan el conocimiento completo de la división?

---

---

---

**7 Individualmente analicen las actividades 6 y 7 del módulo *Cuentas útiles*, 3<sup>a</sup> edición.**

Nombre de la actividad:

68

Propósito:

Resuelve los problemas 1 y 2 y anota los resultados.

Problema 1: \_\_\_\_\_ Problema 2: \_\_\_\_\_

Compara los procedimientos que utilizaste para resolver los problemas anteriores con el que desarrollan Federico y Humberto para resolver un problema de reparto. ¿En qué son diferentes o parecidos?

Analiza la forma en que Susana y Daniel resuelven un problema de reparto.  
¿Se parece a algún procedimiento que se haya desarrollado en esta ficha de trabajo?

¿Qué aspectos de la división se formalizan?

- En grupo, resuelvan los problemas 4, 5, 6, 7 y 8 de las actividades.

## Ficha 6 Múltiplos y divisores

1 Por parejas, usen el tablero de La Oca (se encuentra al final de este cuaderno) para jugar el juego “Quién caza al conejo”.

Reglas del juego

- Juega con un compañero.
  - Decidan quién será el *conejo* y quién será el *cazador*.
  - El que sea el *cazador* debe colocar 5 trampas (pueden ser fichas rojas) encima de los números que quiera en el tablero de La Oca.
  - Quien sea el *conejo* debe elegir dar saltos iguales de 2 en 2, 3 en 3... hasta 9 en 9.
  - Jueguen varias veces, intercambiando los papeles.
- Responde las siguientes preguntas.

¿Cuáles saltos hacen que el conejo caiga en el número 3?, ¿en el 12?, ¿en el 18?, ¿en el 42?

---

---

¿Cuáles saltos hacen que el conejo caiga en el número 10?, ¿en el 20?, ¿en el 30?

---

---

Si el conejo va a dar saltos de 7 en 7, ¿en qué números se deben colocar las 5 trampas para cazar al conejo?

---

---

Si el conejo va a dar saltos de 9 en 9, ¿en qué números se deben colocar las 5 trampas para cazar al conejo?

---

---

Como conejo, ¿lograste diseñar una estrategia para que no te cazaran? Si fue así, descríbela.

---

---

Como cazador, ¿lograste diseñar una estrategia para cazar al conejo? Si fue así, descríbela.

---

---

- 2 De manera individual, registra en la siguiente tabla los números en los que cae el conejo, de acuerdo con los saltos que elija.

Tipo de salto	Números de casilla en que cae el conejo
Saltos de 2 en 2	
Saltos de 3 en 3	
Saltos de 4 en 4	
Saltos de 5 en 5	
Saltos de 6 en 6	
Saltos de 7 en 7	
Saltos de 8 en 8	
Saltos de 9 en 9	

¿Qué contenidos matemáticos consideras que se están trabajando en el juego?

---

---

---

**3) De manera individual, analiza la actividad 9 del módulo *Cuentas útiles*, 3<sup>a</sup> edición.**

Propósito de la actividad:

Analiza cómo resuelven Míriam y Lucía una situación parecida.

¿La estrategia de ellas es parecida a la que implementaron en el juego?

De acuerdo con la formalización que se desarrolla en la actividad, escribe la definición de los múltiplos de un número.

Resuelve los problemas 3 y 4, y anota los resultados.

Problema 3: \_\_\_\_\_ Problema 4: \_\_\_\_\_

Analiza la forma como Uriel obtiene divisores de un número. Sintetízala.

De acuerdo con la formalización que se desarrolla en la actividad, escribe cómo se definen los divisores de un número.

74

En este espacio escribe los resultados del ejercicio 6.



## Ficha 7 Competencias que promueve el Eje de Matemáticas

### 1 De manera individual, realiza lo que se solicita a continuación.

- Subraya las competencias que se promueven en el Eje de Matemáticas.

Comunicarse (escuchar,  
hablar, leer y escribir)

Asumir el liderazgo

Participación

Razonamiento matemático

Utilizar una computadora

Trabajar en equipo

Tomar decisiones

Resolución de problemas

Comunicación de  
ideas matemáticas

Relacionarse con los demás

Entender otras culturas

Aprender a aprender

- Del mismo modo, reflexiona sobre las competencias que elegiste y defínelas por escrito. Trata de hacerlo de forma sencilla y clara.

Competencia	Definición

2 Organizados en equipos comenten sus respuestas y realicen lo siguiente.



- Especifiquen cuáles son las competencias que se promueven en el Eje de Matemáticas y escríbanlas en los renglones.

---

---

---

---

- De la misma manera, pónganse de acuerdo en la definición de las competencias que promueve el Eje de Matemáticas y escríbanlas.

Competencia	Definición

- En los mismos equipos, lean las siguientes situaciones y anoten a qué tipo de competencia se refieren.

Situación	Competencia
<p>Un asesor ha planteado varios problemas matemáticos que, hasta la fecha, no se han podido resolver en su grupo. Para encontrar una respuesta a los mismos, organiza una reunión con otra Plaza comunitaria donde tampoco se han podido resolver dichos problemas.</p>	
<p>Como forma de trabajo, en la situación arriba descrita, el equipo de una Plaza comunitaria plantea, escribe y utiliza diferentes argumentos matemáticos para exponer cómo ha tratado de encontrar la solución de un problema.</p>	
<p>La asesora da las instrucciones que deben seguir los jóvenes y adultos para construir un triángulo:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Tracen una línea horizontal de cinco centímetros.</li> <li>• Abran su compás a esa misma longitud.</li> <li>• Coloquen un extremo del compás en el inicio de la línea y con el otro extremo marquen una pequeña línea curva arriba de la línea.</li> <li>• Hagan lo mismo en el otro lado de la línea.</li> <li>• Unan con una regla el punto donde se cruzan las pequeñas líneas curvas con el inicio de la línea.</li> <li>• Hagan lo mismo en el otro lado.</li> </ul>	

El suelo de una habitación a la que se quiere poner mosaico, tiene 5 metros de largo y 3 metros de ancho. Calcula el tamaño y el número de mosaicos, de tal manera que el número de mosaicos que se coloquen sea mínimo y no sea necesario cortar ninguno de ellos.

¿Cómo darías por escrito a un albañil las medidas, el material y las características que se requieren para colocar el mosaico del problema planteado anteriormente?

**3 En una reunión general realicen lo siguiente.**

- Lleguen a una conclusión acerca de los tipos de competencia a que se refieren las situaciones anteriores.
- 4 Organizados en equipos lean y comenten el contenido del siguiente cuadro y, en la tercera columna, escriban dos situaciones que se pueden realizar en la asesoría con un grupo de adultos y que exemplifiquen cada competencia.**

Competencia	Definición*	Ejemplo
Resolución de problemas	<p>La resolución de problemas es una competencia que promueve el Eje de Matemáticas. A partir de su desarrollo, las personas aprenden los contenidos matemáticos. Para que la competencia se desarrolle, es necesario que los problemas que se plantean sean significativos, que no sean problemas demasiado fáciles cuya respuesta ya se sabe de antemano y no constituyan un reto, o tan difíciles que no haya posibilidades inmediatas de buscar la manera de solucionarlo. Las personas utilizan diferentes estrategias para resolver un problema.</p>	
Comunicación de ideas matemáticas	<p>La comunicación de ideas matemáticas requiere que las personas usen el lenguaje matemático para comprender, emitir e interpretar la información que les permita tomar decisiones adecuadas; asimismo, que interpreten información matemática dada en listas, dibujos, tablas, gráficas, periódicos, etcétera. Para favorecer la comunicación de las ideas matemáticas, las personas deben comentar con sus compañeros lo que entienden de un problema y cómo lo resuelven, así como utilizar las palabras requeridas en el lenguaje matemático.</p>	

\* Definiciones tomadas de: INEA. *Para asesorar los módulos del Eje de Matemáticas. Manual para el asesor*, México, 2006.

Razonamiento matemático	<p>Se busca que las personas planteen, escriban y utilicen argumentos y pruebas matemáticos para apoyar sus ideas al proponer la solución de un problema. Para favorecer el razonamiento matemático, se requiere leer el problema, comentar a otras personas, con palabras propias, lo que entienden del problema y qué se les está preguntando; proponer un procedimiento de solución; analizar las estrategias de solución que otras personas proponen; argumentar por qué deciden utilizar una de las estrategias propuestas.</p>	
Participación	<p>Se busca que las personas actúen coordinadamente para resolver problemas matemáticos; que asuman una actitud crítica y reflexiva ante los distintos procedimientos de solución de un problema matemático; que analicen y confronten diversos puntos de vista y argumenten los propios; que valoren su potencial y el de otras personas y las aportaciones matemáticas de los distintos grupos sociales, tales como diseñadores artesanales, o procedimientos de medida locales.</p>	

- En reunión general presenten los productos de cada equipo y discutan si los ejemplos planteados se corresponden, efectivamente, con las competencias descritas.



Has concluido el curso.  
¡Felicidades!



# Juego de la Oca

## Instrucciones

Por turnos tirar los dos dados y avanzar en la **Oca** tantas casillas como puntos hayan caído en los dados. Gana el primero que llegue a la **Meta**.



$a+b$



$\sqrt{100}$   
 $\sqrt{100}$

$x$

$\sqrt[3]{32}$   
 $\sqrt[3]{32}$

84

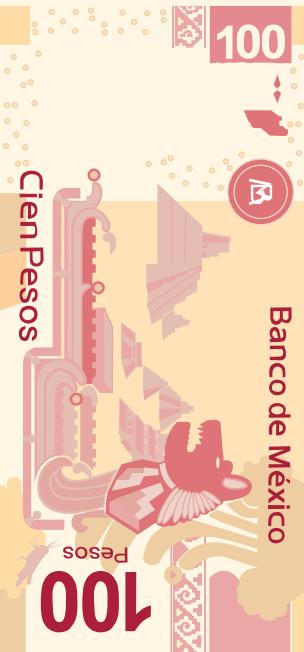
84

$0 = q + t e$

Asesoria especializada • Eje de Matemáticas















*a+b=c*



*a+b=c*



*a+b=c*

*a+b=c*



*a+b=c*



*a+b=c*



9 786077 103899

#### DISTRIBUCIÓN GRATUITA

Este programa es público, ajeno a cualquier partido político. Queda prohibido su uso para fines distintos a los establecidos en el programa.